Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Ingegneria civile – a.a. 2018/2019
Esonero di Geometria
Prova scritta –A– 16 Febbraio 2019.

Esercizio 1 Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ data da

$$f((x,y,z)) = (2x + ky + 2z, x + y + z, (k-2)x + (k-2)y)$$

(i) Si calcoli la dimensione e si indichi una base di $\mathrm{Ker}(f)$ e di $\mathrm{Im}(f)$ al variare di $k \in \mathbf{R}$.
(ii) Si determini per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ il vettore $(1,1,1)$ appartiene a $\mathrm{Im}(f)$.

Esercizio 2 In $\mathbf{R}^3$ si considerino i vettori $\mathbf{v}_1 = (1,-1,1)$ $\mathbf{v}_2 = (1,0,1)$ $\mathbf{v}_3 = (0,1,0)$ e i sottospazi vettoriali:

$$U_1 := L(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) \qquad U_2 := \left\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 | x = 0\right\}.$$

(i) Si determini una base di U_1 e di U_2.
(ii) Si calcoli la dimensione e si determini una base di $U_1 \cap U_2$ e di $U_1 + U_2$.
(iii) Si determini un'equazione per U_1 e per $U_1 \cap U_2$

Esercizio 3 Si consideri l'operatore $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ definito ponendo $f(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}) := \begin{pmatrix} x+y+z \\ x+y+z \\ az \end{pmatrix}$. Si determini per quali valori del parametro $a \in \mathbf{R}$ l'operatore é diagonalizzabile.