Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Ingegneria civile – a.a. 2018/2019
Esame di Geometria
Prova scritta 12 Febbraio 2020.

(i) Chi sostiene la sola prima parte risolverá gli esercizi 1), 2), 3) in due ore.
(ii) Chi sostiene la sola seconda parte risolverá gli esercizi 4), 5), 6), 7), 8), 9) in due ore.
(iii) Chi sostiene l'integrazione di Calcolo risolverá gli esercizi 7), 8), 9) in un'ora.
(iv) Chi sostiene l'intero esame risolverá gli esercizi 1), 3), 5), 6), 7) , 8), 9) in tre ore.

Esercizio 1. Sia $f : \mathbf{R}^4 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3/2 & 0 \\ t & -t & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si calcoli al variare di $t \in \mathbf{R}$ dimensione del nucleo e dell'immagine di f
(ii) Si calcoli per $t = 0$ una base del nucleo e dell'immagine di f.
(iii) Si calcoli per $t = 0$ un'equazione per l'immagine di f e si stabilisca per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ il vettore $(1, 2k, 3k)$ é nell'immagine di f.

Esercizio 2. Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}^4$ si considerino i vettori

$$\mathbf{v}_1 = (1, 1, -1, 0), \quad \mathbf{v}_2 = (1, -1, 1, 2) \quad \mathbf{v}_3 = (0, -1, 1, 1)$$

e i sottospazi vettoriali:

$$V := L(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3); \qquad W := \{(x, y, z, w) | z - w = y + z = 0\}.$$

(i) Si determini una base di V e di W.
(ii) Si calcoli la dimensione di $V \cap W$ e di $V + W$.
(iii) Si indichi una base per $V + W$ e per $V \cap W$

Esercizio 3. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si calcoli il polinomio caratteristico di A.
(ii) Si calcolino gli autovalori di A
(iii) Si calcolino gli autovettori di A e si dica se A é diagonalizzabile.

Esercizio 4. Si classifichi la conica C di equazione $x^2 - 2y^2 + 4x - 4y - 2 = 0$, e la si riduca a forma canonica.

Esercizio 5. Si determini il piano π in $\mathbf{R}^3$ contenente la retta $\{(x, y, z) = (t, 2t - 1, -t + 1)\}$ e passante per l'origine.

Esercizio 6. Calcolare l'apparato di Frénet ($\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B}$, torsione e curvatura) in $t = 0$ della seguente curva in $\mathbf{R}^3$:

$$\gamma(t) = (2t, t^2, sen(t)))$$

Esercizio 7. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' - 3y' + 2y = x$$

con condizione iniziale $y(0) = y'(0) = 1$.

Esercizio 8. Individuare i punti critici e classificarne il tipo per la seguente funzione:

$$f(x, y) = xcos(y)$$

Esercizio 9. Calcolare l'integrale della funzione: $f(x, y) = \frac{ln(x)}{x}$ sul dominio $D = \{(x, y)|1 \leq x \leq e^y \quad 1 \leq y \leq 2\}$