

Corso di Geometria 2010-11  
BIAR, BSIR  
Esercizi 8

**Esercizio 1.** a) Disegnare la retta  $r$  di equazione cartesiana  $x - 2y - 4 = 0$ .

- b) Determinare l'equazione cartesiana della retta  $r_1$  passante per  $P_0 = (1, 1)$  e parallela a  $r$ .
- c) Determinare l'equazione cartesiana della retta  $r_2$  passante per l'origine e parallela a  $r$ .
- d) Scrivere equazioni parametriche di  $r$ .

**Esercizio 2.** Nel piano sono dati i punti  $P_1 = (1, 2), P_2 = (2, -1)$ .

- a) Determinare l'equazione cartesiana della retta  $r$  passante per  $P_1$  e  $P_2$ .
- b) Determinare equazione cartesiana e equazioni parametriche della retta  $r_1$  passante per  $P_1$  e parallela al vettore  $\vec{v} = (2, -3)$  (cioè,  $\vec{v} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ ).
- c) Determinare l'equazione cartesiana della retta  $r_2$  passante per  $P_2$  e parallela alla retta  $r_1$  trovata in b).
- d) Disegnare le rette trovate.

**Esercizio 3.** Nel piano sono date le rette  $r : x - 2y + 3 = 0, r' : 2x + y + 1 = 0$ .

- a) Verificare che le rette non sono parallele, e calcolare le coordinate del punto  $A$ , intersezione di  $r$  e  $r'$ .
- b) Determinare l'equazione cartesiana della retta passante per il punto  $A$  trovato in a) e parallela all'asse  $y$ .
- c) Calcolare l'area del triangolo formato dall'origine e dalle intersezioni di  $r$  con gli assi coordinati.

**Esercizio 4.** Disegnare i punti  $A = (1, 3), B = (3, 4), C = (4, 1)$ .

- a) Determinare le coordinate del punto  $D$  tale che  $ABDC$  sia un parallelogramma.
- b) Determinare le coordinate del punto  $D'$  tale che  $ABCD'$  sia un parallelogramma.
- c) Disegnare i parallelogrammi in a) e b).

- d) È vero che i punti  $D, C, D'$  sono allineati?  
 e) È vero che i vettori  $\overrightarrow{CD}$  e  $\overrightarrow{D'C}$  sono equipollenti?

**Esercizio 5.** a) Disegnare il vettore  $\vec{v}$  che ha coordinate  $(2, 1)$  ed è applicato nel punto  $A = (1, -3)$ . (Per definizione,  $\vec{v}$  è equipollente al vettore che congiunge l'origine e il punto  $(2, 1)$ ).

b) Calcolare le coordinate del vertice di  $\vec{v}$ .

**Esercizio 6.** Nel piano sono date le rette

$$r_1 : x - y + 2 = 0, \quad r_2 : kx - 2y + 1 = 0.$$

- a) Per quali valori di  $k$  le rette risultano parallele?  
 b) Per quali valori di  $k$  le rette si incontrano in un punto sull'asse  $x$ ?

**Esercizio 7.** Nel piano sono dati i punti  $A = (2, 1), B = (-1, 5), C = (5, -3)$ .

- a) Stabilire se i tre punti sono allineati; in caso affermativo, determinare l'equazione della retta che li contiene.  
 b) Trovare le coordinate del punto  $D$  tale che il vettore  $\overrightarrow{OD}$  sia equipollente al vettore  $\overrightarrow{AB}$ .  
 c) Trovare le coordinate del punto  $E$  tale che il vettore  $\overrightarrow{BE}$  sia equipollente al vettore  $\overrightarrow{OA}$ .

**Esercizio 8.** Nel piano sono dati la retta  $r : x - 2y + 5 = 0$  e i punti  $A = (1, 4), B = (k, 3)$ .

- a) Per quali valori di  $k$  il punto  $B$  appartiene a  $r$ ?  
 b) Per quali valori di  $k$  il vettore  $\overrightarrow{AB}$  è parallelo a  $r$ ?

**Esercizio 9.** Nel piano sono dati i punti  $A = (-1, 1), B = (2, 3), C = (0, -4)$ .

- a) Verificare che i punti non sono allineati.  
 b) Disegnare il vettore  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  e calcolare le coordinate del suo vertice.  
 c) Determinare l'equazione della retta passante per  $C$  e parallela al vettore  $\overrightarrow{AB}$ .

**Esercizio 10.** Consideriamo le rette  $r : ax + by + c = 0$  e  $r' : a'x + b'y + c' = 0$ , e le matrici  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix}, A' = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \end{pmatrix}$ . Dare un'interpretazione geometrica di ciascuna delle seguenti condizioni:

- a)  $\text{rk}A = \text{rk}A' = 1$ .  
 b)  $\text{rk}A = 1, \text{rk}A' = 2$ .  
 c)  $\text{rk}A = \text{rk}A' = 2$ .

**Esercizio 11.** Sono dati i punti del piano  $A = (1, 0)$ ,  $B = (3, 2)$ ,  $C = (-2, 1)$ . Determinare:

- L'equazione cartesiana della retta  $r$  passante per  $A$  e perpendicolare alla retta per i punti  $B$  e  $C$ .
- L'equazione cartesiana della retta  $r'$  passante per  $C$  e parallela alla retta per i punti  $A$  e  $B$ .
- L'eventuale intersezione delle rette  $r$  e  $r'$ .

**Esercizio 12.** Dato il punto  $A = (1, -1)$  e la retta  $r : x - y - 5 = 0$ , determinare:

- La proiezione ortogonale di  $A$  sulla retta  $r$ .
- La distanza di  $A$  da  $r$ .
- Il punto  $A'$ , simmetrico di  $A$  rispetto alla retta  $r$ .

**Esercizio 13.** Sono dati i punti del piano  $A = (1, 0)$ ,  $B = (3, 2)$ ,  $C = (-2, 1)$ . Determinare:

- L'insieme dei punti del piano equidistanti dai punti  $A$  e  $B$ .
- L'insieme dei punti del piano equidistanti dai punti  $A, B$  e  $C$ .

**Esercizio 14.** Si consideri il triangolo  $T$  di vertici  $A = (1, 0)$ ,  $B = (3, 2)$ ,  $C = (-2, 1)$ .

- Calcolare il perimetro di  $T$ .
- Calcolare l'area di  $T$ .
- Calcolare il coseno di ciascuno degli angoli di  $T$ .

**Esercizio 15.** Sono dati la retta  $r : x - y - 2 = 0$  e i punti  $O = (0, 0)$  e  $A = (4, 1)$ .

- Determinare gli eventuali punti  $P$  sulla retta  $r$  tali che il triangolo di vertici  $P, O, A$  sia rettangolo in  $P$ .
- Determinare gli eventuali punti  $P$  sulla retta  $r$  equidistanti da  $O$  e  $A$ .

**Esercizio 16.** a) Data la retta  $r : x - y - 2 = 0$ , disegnare l'insieme dei punti del piano  $P = (x, y)$  che verificano la disequazione  $x - y - 2 \leq 0$ .

b) Disegnare l'insieme dei punti del piano che verificano tutte le disequazioni seguenti:

$$\begin{cases} x - y - 2 < 0 \\ x > 0 \\ x + y - 4 < 0. \end{cases}$$

**Esercizio 17.** Siano  $A = (1, 2)$ ,  $B = (2, 1)$  due punti del piano e sia  $r$  la retta di equazioni parametriche  $r : \begin{cases} x = t \\ y = t - 3 \end{cases}$ . Determinare

- Gli eventuali punti  $P$  sulla retta  $r$  tali che  $A, B, P$  risultino allineati.
- Gli eventuali punti  $Q$  sulla retta  $r$  tali che il triangolo di vertici  $A, B, Q$  abbia area 2.