

Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Ingegneria civile – a.a. 2019/2020
Esame di Geometria- Modulo di Complementi di Matematica
Esercitazione1- 29/4/20.

- (i) Consegna entro le ore 11.30 all'indirizzo bruno@mat.uniroma3.it
- (ii) Penalità di un punto o due punti per consegne in ritardo fino alle 12.30.
- (iii) Valutazione soggetta a eventuale colloquio orale.

Esercizio 1. Si consideri in \mathbf{R}^3 , dotato di prodotto scalare standard \langle, \rangle , il vettore $\mathbf{v} = (1, 2, 0)$ e si trovi una base ortonormale di

$$V = \{\mathbf{w} \in \mathbf{R}^3 \mid \langle \mathbf{w}, \mathbf{v} \rangle = 0\}.$$

Esercizio 2. In \mathbf{R}^2 , dotato del prodotto scalare standard \langle, \rangle , si considerino i vettori:

$$\mathbf{v} = (1, 2) \quad \mathbf{w} = (1, 4).$$

- (i) determinare l'angolo tra \mathbf{v} e \mathbf{w} ;
- (ii) determinare la proiezione ortogonale di \mathbf{v} su \mathbf{w} .

Si consideri poi un riferimento cartesiano nel piano e sia P il punto di coordinate $(1, 1)$.

- (i) determinare A e B tali che $PA = \mathbf{v}$ e $PB = \mathbf{w}$;
- (ii) calcolare l'area del triangolo APB ;
- (iii) determinare equazione parametrica e cartesiana della retta passante per P e direzione \mathbf{v} .

Esercizio 3. Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ dato da

$$f((x, y)) = (x + 2y, 2x + y)$$

- (i) verificare che f è simmetrico;
- (ii) determinare gli autovalori di f ;
- (iii) determinare una base ortonormale di autovettori di f ;
- (iv) verificare che la matrice M che ha sulle colonne gli autovettori di f è una matrice ortogonale.

Esercizio 4. Fissato nel piano un riferimento cartesiano, determinare la distanza tra il punto P di coordinate $(1, 2)$ e la retta r di equazioni parametriche $r(t) = (1 - t, t)$.