Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Ingegneria civile – a.a. 2016/2017
Geometria (Canale A - K)
Compito di Esame 12 settembre 2017.

Cognome e nome

Esercizio 1. Si consideri la matrice

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & k+3 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & k+6 \\ -1 & -2 & k^2-1 & -3 \end{pmatrix}$$

con $k \in \mathbf{R}$ parametro reale.

(i) Si calcoli al variare di $k \in \mathbf{R}$ il rango della matrice A.

(ii) Si stabilisca al variare di k l'infinità delle soluzioni del sistema di cui A è la matrice completa.

Esercizio 2. Dimostrare che l'insieme $\mathcal{B} := \{v_1 = (1,2,3), v_2 = (1,0,-1), v_3 = (0,0,2)\}$ costituisce una base di $\mathbf{R}^3$. Si consideri l'applicazione lineare

$$T : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$$

tale che

$$M_{\mathcal{B}}(T) = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 6 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini la matrice che rappresenta T rispetto alla base canonica di $\mathbf{R}^3$

(ii) Si stabilisca se T è un isomorfismo.

Esercizio 3. Date le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

e

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

determinare quale tra esse è diagonalizzabile e si esibisca per essa una base di autovettori.