Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Ingegneria civile – a.a. 2015/2016
Geometria (canale A-K)
Secondo esonero – 23 Gennaio 2016. A

Cognome e nome

Esercizio 1. Sia M_2 lo spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine 2 e sia

$$f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow M_2$$

l'applicazione definita da

$$f((a, b, c)) = \begin{pmatrix} c & 0 \\ a + b & a + b + c \end{pmatrix}$$

(i) (2 punti) Dimostrare che f é un'applicazione lineare.

(ii) (2 punti) Determinare la matrice che rappresenta f rispetto alle basi canoniche di $\mathbf{R}^3$ e di M_2.

(iii) (4 punti) Determinare una base per Ker$f$ e per Imf.

(iv) (2 punti) Determinare una base di M_2 che completi la base di Imf sú determinata.

Esercizio 2. In $\mathbf{R}^4$ si considerino i sottospazi V e W cosí definiti:

$$V := \{(x,y,z,t) | x = y, z = t\}$$
$$W := Ł((1,1,0,1),(0,0,0,1))$$

(i) (3 punti) Determinare una base di V e una base di W.

(ii) (4 punti) Determinare la dimensione di $V + W$ e di $V \cap W$

(iii) (2 punti) Determinare per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ il vettore $(1,k,1,0)$ appartiene a $V + W$.

Esercizio 3. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & h+1 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) (4 punti) Determinare $h \in \mathbf{R}$ tale che la matrice A ha un autovalore uguale a 3.

(ii) (5 punti) Dimostrare che se $h = -2$ A é diagonalizzabile ed esibire una base di autovettori di A

Esercizio 4.

(i) (3 punti) Si dimostri che se V e W sono sottospazi di $\mathbf{R}^3$ di dimensione 2 allora $\dim V \cap W \geq 1$.

(ii) (3 punti) Se $f : \mathbf{R}^7 \to \mathbf{R}^n$ é un'applicazione lineare suriettiva, cosa si puó dire su n? .

(iii) (3 punti) Dimostrare che se due spazi vettoriali sono isomorfi allora hanno la stessa dimensione.