Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Ingegneria civile – a.a. 2015/2016
Geometria (Canale A - K)
Compito di Esame 29 gennaio 2016.

Cognome e nome

Esercizio 1. Si consideri il sottospazio $W \subset \mathbf{R}^4$ generato dai vettori

$$(1,1,0,1),(1,0,0,-1),(0,1,0,2),(0,0,1,0),(2,1,1,0)$$

(i) (4 punti) Si esibisca una base di W.

(ii) (3 punti) Si determini per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ il vettore $(k,1,1,1)$ é in W.

(iii) (2 punti) Si determini un sistema di equazioni per W.

Esercizio 2. Sia $\mathbf{R}_{\leq 2}[T]$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado al piú 2 a coefficienti reali. Si consideri l'applicazione

$$F : \mathbf{R}^3 \longrightarrow R_{\leq 2}[T]$$

definita da

$$F((a,b,c)) = (a-b)T^2 - (c)T + (c+a-b)$$

(i) (2 punti) Si dimostri che F é lineare.

(ii) (3 punti) Si determini la matrice che rappresenta F rispetto alla base canonica di $\mathbf{R}^3$ e alla base $\{1, T, T^2\}$ di $\mathbf{R}_{\leq 2}[T]$.

(iii) (5 punti) Si determini una base per il nucleo e per l'immagine di F

Esercizio 3.(8 punti) Date le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

determinare quale tra esse è diagonalizzabile e si esibisca per essa una base di autovettori.

Esercizio 4.

(i) (3 punti) Dimostrare che un operatore lineare $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ che ammette l'autovalore $\lambda = 0$ non é un isomorfismo.

(ii) (3 punti) Dimostrare che se $v_1, v_2 \in \mathbf{R}^4$ sono due vettori linearmente indipendenti, esiste sempre una base di $\mathbf{R}^4$ che li contiene.