

Esercizi - Giugno 2019

Esercizio 1. Calcolare l'apparato di Frénet ($\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B}$, torsione e curvatura) delle seguenti curve in $t = 0$:

- (i) $\gamma(t) = (\cos^2(t), \cos(t), \sin(t))$;
- (ii) $\gamma(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$;
- (iii) $\gamma(t) = (t\cos(t), t\sin(t), t)$;
- (iv) $\gamma(t) = (1 - \cos(t), \sin(t), t)$;
- (v) $\gamma(t) = (4/5\cos(t), 1 - \sin(t), -3/5\cos(t))$;
- (vi) $\gamma(t) = (1 + 3t + 2t^2, 2 - 2t + 5t^2, 1 - t^2)$.

Esercizio 2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

- (i) $y' + x^k y = 0$;
- (ii) $y' + (k/x)y = 0$;
- (iii) $y' + tg(x)y = 0$;
- (iv) $y' + (3/x)y = 9x^2 - 5x$;
- (v) $y'' + 5y' + 4y = 0$;
- (vi) $y'' + 2y' + y = 0$;
- (vii) $y'' + 4 = 0$;
- (viii) $y'' - 3y' + 2 = xe^x$;
- (ix) $y'' - y' - 2y = xe^x$.

Esercizio 3. Individuare i punti critici e classificarne il tipo delle seguenti funzioni:

- (i) $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$;
- (ii) $f(x, y) = x\cos y$;
- (iii) $f(x, y) = \log(1 + x^2 y^2)$;
- (iv) $f(x, y) = x^2 y + x^2 - 2y$;
- (v) $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$;
- (vi) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2}$.