Esercizi - Ottobre 2018

Esercizio 1. Sia A la seguente matrice $3X3$ a coefficienti reali:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & h & 2 \\ 1 & 1+h & 1 \end{pmatrix}, \text{ con } h \in \mathbf{R}$$

(i) Utilizzando esclusivamente l'algoritmo di Gauss-Jordan, indicando i passaggi essenziali del procedimento, si discuta la compatibilitá del sistema lineare $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \\ 2h \end{pmatrix}$, al variare del parametro h e, quando il sistema é compatible, si classifichi l'infinitá delle sue soluzioni, senza determinarle.

(ii) Se $h = 0$ si determini $k \in \mathbf{R}$ in modo tale che il sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 2k \end{pmatrix}$ sia incompatibile.

Esercizio 2. Si consideri la matrice

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & h & 0 & 1 \\ 1 & h-1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{con } h \in \mathbf{R}.$$

(i) Utilizzando esclusivamente l'algoritmo di Gauss-Jordan, si determini il rango di A, al variare del parametro $h \in \mathbf{R}$.

(ii) Si indichi l'infinitá delle soluzioni del sistema lineare omogeneo con matrice dei coefficienti A, al variare di $h \in \mathbf{R}$.

(iii) Per $h = 2$, si calcolino le soluzioni di tale sistema lineare.

Esercizio 3. Si consideri la matrice

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 6 & h+7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & h+2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{con } h \in \mathbf{R}.$$

(i) Utilizzando esclusivamente l'algoritmo di Gauss-Jordan, si determini il rango di A, al variare del parametro $h \in \mathbf{R}$.

(ii) Si indichi l'infinitá delle soluzioni del sistema lineare omogeneo con matrice dei coefficienti A, al variare di $h \in \mathbf{R}$.

(iii) Per $h = -1$, si calcolino le soluzioni di tale sistema lineare e si stabilisca se esiste un valore di $k \in \mathbf{R}$ tale che $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ sia compatibile.

Esercizio 4. Si verifichi che una matrice ridotta A con 4 righe e 2 colonne ha almeno due righe nulle. Che cosa si puó dire di una matrice ridotta A con m righe e n colonne se $m > n$?

Esercizio 5. Si dimostri che se A é una matrice quadrata di ordine 3 tale che per ogni B quadrata di ordine 3, la matrice AB é la matrice nulla, allora A é la matrice nulla.