

## Esercizi - Giugno 2019

**Esercizio 1.** Sia  $C$  la conica di equazione:

$$2xy - x - 3y = k$$

- (i) Stabilire per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  la conica  $C$  é degenere.
- (ii) Posto  $k = 0$ , stabilire di quale tipo di conica si tratti.
- (iii) (facoltativo) Ridurre l'equazione di  $C$  a forma canonica per  $k = 0$ .

**Esercizio 2.** Determinare la mutua posizione delle rette di equazioni  $x = 1 + t, y = 1 - t, z = t$  e  $x = z + 1, x = y$ . In caso le rette siano complanari determinare l'equazione del piano che le contiene entrambe.

**Esercizio 3.** Calcolare l'apparato di Frénet ( $\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B}$ , torsione e curvatura) in  $t = 0$  della seguente curva:

$$\gamma(t) = (\cos(t), 1 - e^{-t}, \sin(t))$$

**Esercizio 4.** Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' - 4y = e^x$$

**Esercizio 5.** Individuare i punti critici e classificarne il tipo per la seguente funzione:

$$f(x, y) = x^3 - y^3 + y$$

**Esercizio 5.** Calcolare l'integrale delle seguenti funzioni:

- (i)  $f(x, y) = x + y$  nel dominio  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1\}$ .
- (ii)  $f(x, y) = x + y$  nel dominio  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq x\}$ .
- (iii)  $f(x, y) = x + y$  nel dominio  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq y \quad 0 \leq y \leq 1\}$ .
- (iv)  $f(x, y) = x + y$  dove  $D$  é la corona circolare compresa tra i cerchi di centro  $(0, 0)$  e raggi 1 e 2.
- (v)  $f(x, y) = x + y$  nel dominio  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}\}$ .
- (vi)  $f(x, y) = xe^y$  nel dominio  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1\}$ .